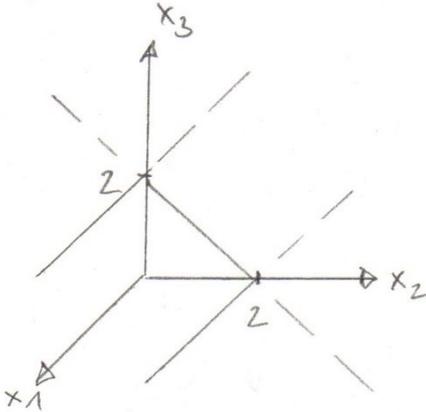


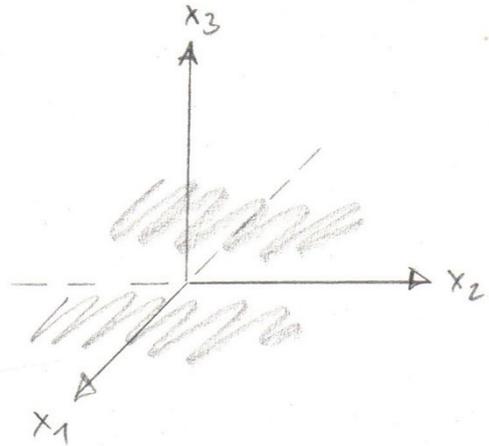
Besondere Lage von Ebenen im Raum Übung

1. Geben Sie eine Gleichung folgender Ebenen in Koordinatenform an.

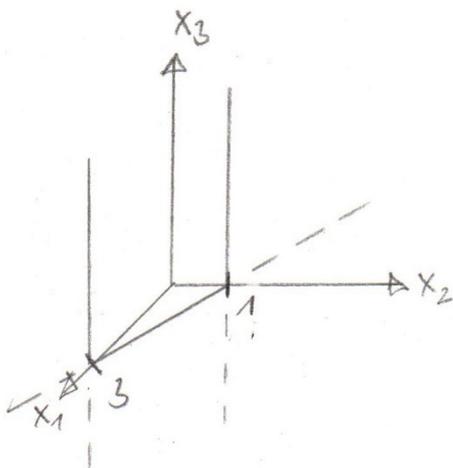
a)



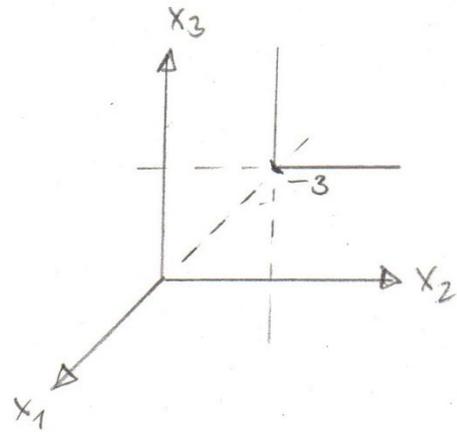
b)



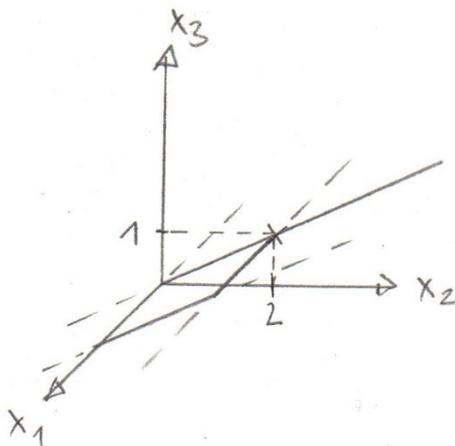
c)



d)



e)



2. Geben Sie die besondere Lage der Ebenen im Koordinatensystem an!

a) $E: 2x_1 + 3x_3 = 4$

b) $E: x_2 + 5 = 0$

c) $E: x_1 = 0$

d) $E: x_1 + x_2 = 1$

e) $E: x_2 - x_3 = 0$

3. Bestimmen Sie die besondere Lage in Abhängigkeit vom Parameter $a \in \mathbb{R}$.

a) $E_a: 2x_1 + ax_2 + 3x_3 = 1$

b) $F_a: 2(a - 2)x_1 + (a + 1)x_2 + x_3 = a + 1$

c) $G_a: (a - 3)x_1 + 2x_2 = 4$

Besondere Lage von Ebenen im Raum

Lösung

1.

a) $E: \frac{x_2}{2} + \frac{x_3}{2} = 1$ bzw. $E: x_2 + x_3 = 2$

b) $E: x_3 = 0$

c) $E: \frac{x_1}{3} + \frac{x_2}{1} = 1$ bzw. $E: x_1 + 3x_2 = 3$

d) $E: x_1 = -3$ bzw. $E: x_1 + 3 = 0$

e) E enthält die x_1 -Achse, daher sind $b = 0$ und $d = 0$:

$$E: bx_2 + cx_3 = 0$$

Der Punkt $P(0; 2; 1)$ liegt auf der Ebene, durch Einsetzen ergibt sich der Zusammenhang $2b + c = 0$. Es kann beispielsweise $b = 2$ und $c = 1$ gewählt werden, so dass gilt

$$E: 2x_2 + x_3 = 0$$

2.

a) E ist echt parallel zur x_2 -Achse.

b) E ist echt parallel zur $x_1 - x_3$ -Ebene.

c) E ist die $x_2 - x_3$ -Ebene selbst.

d) E ist echt parallel zur x_3 -Achse

e) E enthält die x_1 -Achse

3.

a) Für $a = 0$ ist E_0 echt parallel zur x_2 -Achse (ansonsten keine besondere Lage).

b) Für $a = 2$ ist E_2 echt parallel zur x_1 -Achse,
für $a = -1$ enthält E_{-1} die x_2 -Achse (ansonsten keine besondere Lage).

c) $a = 3$ ist E_3 parallel zur x_1 - x_2 -Ebene,
ansonsten ist E_a nur parallel zur x_3 -Achse.